MARCHE

DE LA PENDULE

ET

DU CHRONOMÈTRE

PAR

LOUIS PAGEL

Capitaine de frégate en retraite.



PARIS

CHALLAMEL AINÉ, LIBRAIRE-ÉDITEUR

CHARGÉ DE LA VENTE DES CARTES, PLANS ET INSTRUCTIONS DU DÉPOT DE LA MARINE

5, rue Jacob et rue Furstenberg, 2

1879

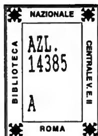
Droits de traduction et de reproduction réservés

MARCHE DE LA PENDULE

ET

DU CHRONOMÈTRE

Digitized by Google



1126. — ABBEVILLE. — TYP. ET STÉR. GUSTAVE RETAUX.

Google

MARCHE

DE LA PENDULE

ET

DU CHRONOMÈTRE

PAR

LOUIS PAGEL
Capitaine de frégate en retraite.



PARIS
CHALLAMEL AINÉ, LIBRAIRE-ÉDITEUR
CHARGÉ DE LA VENTE DES CARTES, PLANS ET INSTRUCTIONS DU DÉPOT DE LA MARINE
5, rue Jacob et rue Furstenberg, 2

1879

Droits de traduction et de reproduction réservés

Digitized by Google

AZ6 14335 A

BVE0434681

Digitized by Google

MARCHE DE LA PENDULE ET DU CHRONOMÈTRE

LOI DE LA MARCHE D'UNE PENDULE.

Deux causes font varier la marche d'une pendule.

Le changement de *température* qui produit par la *dilatation* un changement dans la longueur du balancier ; d'où, un changement de marche proportionnel au changement de température.

Le défaut de *précision* qui produit par le *frottement* un autre changement de marche.

Ce changement de marche très-petit, changeant est négligeable.

Désignons par y le coëfficient pour la température, m étant la marche à la température t, la marche m' à la température t' sera :

$$(1) \qquad m' = m + y \,.\, (t' - t).$$

$$(2) \qquad y = \frac{m' - m}{t' - t}\,.$$

y est invariable, on obtient sa *valeur exacte* par un assez grand nombre de marches dont les températures diffèrent beaucoup.

MARCHES OBSERVÉES.

On observe tous les 10 jours environ, pour plus d'exactitude 3 jours de suite, si c'est possible.

On obtient l'équation de la pendule sur le temps moyen du lieu pour le même instant.

On a trouvé les résultats suivants : (*Pendule du Dépôt*, *Lieussou*, *p.* 46).

29 juin : Équation de la pendule à 0^{H}	E	$= + 0^{\text{H}}\, 2^{\text{m}}\, 22^{\text{s}},5$	
30 :	E′	0 2 21 , 3	
1er juil. :	E″	0 2 20 , 2	
Le 30 juin, équation moyenne	E‴	$= + 0^{\text{H}}\, 2^{\text{m}}\, 21^{\text{s}},33$	
or le 20 juin,	E‴′	= + 0 2 10 ,53	
Interval. $i = 10$ j. changement dans l'interv.	E‴ — E‴′	= +	$10^{\text{s}},80$

Marche diurne moyenne dans l'intervalle $m = \frac{E''' - E'''{}'}{i} = + 1^{\text{s}},08$ et température diurne moyenne $t = 18^{\circ},0$.

Par les observations précédentes, on a trouvé $m' = + 1^{\text{s}},43$ et $t' = 13^{\circ}0$, on a :

$$(2) \qquad y = \frac{m' - m}{t' - t} = \frac{1^{\text{s}},43 - 1^{\text{s}},08}{13,0 - 18,0} = - 0^{\text{s}},07.$$

La valeur de y qu'on vient de trouver doit égaler celle admise comme *exacte*, ou en différer très-peu ; ce qui prouve l'exactitude de la marche diurne moyenne m.

L'équation moyenne E‴ n'est théoriquement exacte qu'autant que les températures ont des différences égales ; la théorie indique qu'il faut ramener les deux équations extrêmes à celle du milieu au moyen de la marche calculée par la formule (1).

On a : $t = 18^{\circ},0$, $y = - 0^{\text{s}},07$ et $m = + 1^{\text{s}},08$.

	t'	$t' - t$	$y.(t' - t) + m$		
29	$19^{\circ},2$	+ 1,2	$- 0^{\text{s}},08 + 1^{\text{s}},08 = m' + 1^{\text{s}},00$	E — m' =	$+ 0^{\text{H}}\, 2^{\text{m}}\, 21^{\text{s}},5$
30	20 ,2	»	» » »	E′	0 2 21 ,3
1	20 ,6	+ 2,6	$- 0,18 + 1,08 = m'' + 0,90$	E″ + m''	0 2 21 ,1
			Le 30 juin, équation moyenne	E‴ =	$+ 0^{\text{H}}\, 2^{\text{m}}\, 21^{\text{s}},3$

Cette équation ne diffère de la première que de $0^{\text{s}},03$ quantité négligeable ; cela provient de ce que les différences de température $1^{\circ},0$ et $0^{\circ},4$ ne diffèrent que de $0^{\circ},6$.

On peut se dispenser de ramener les équations, quand les différences de température diffèrent peu ; le calcul en est tellement court et facile, qu'il convient de le faire toujours.

Digitized by Google

MARCHES DIURNES.

Il importe d'avoir jour par jour la *marche diurne exacte* de la pendule, on l'obtient par la formule (1).

On a : $t = 18°,0$ $y = -0^s,07$ et $m = +1^s,08$.

n	t'	$t'-t$	$y.(t'-t)+m=m'$ marche diurne exacte.		
21	16°,0	−2,0	$+0^s,14$	$+1^s,08 =$	$+1^s,22$
22	16 ,5	−1,5	+0 ,10	»	1 ,18
23	17 ,2	−0,8	+0 ,06	»	1 ,14
24	17 ,8	−0,2	+0 ,01	»	1 ,09
25	17 ,4	−0,6	+0 ,04	»	1 ,12
26	18 ,4	+0,4	−0 ,03	»	1 ,05
27	18 ,7	+0,7	−0 ,05	»	1 ,03
28	18 ,6	+0,6	−0 ,04	»	1 ,04
29	19 ,2	+1,2	−0 ,08	»	1 ,00
30	20 ,2	+2,2	−0 ,15	»	0 ,93
1	20 ,6	+2,6	−0 ,18	»	0 ,90

Dix jours après environ, on fait les observations pour obtenir les marches diurnes suivantes.

MARCHES DIURNES D'UN CHRONOMETRE.

On compare tous les jours à la même heure le chronomètre à la pendule ; on en déduit la *marche diurne exacte.*

Jours	Heure à la pendule	Heure au chronomètre.	Marche relative m^r	Marche de la pendule m'	Marche du chronomètre m
21	$10^h\,10^m\,0^s,0$	$11^h\,40^m\,10^s,5$			
22	»	11 40 8,5	$-2^s,00$	$+1^s,18$	$-0^s,82$
23	»	11 40 6,7	−1 ,80	+1 ,14	−0 ,66

Marche relative, m^r : on retranche l'heure du chronomètre de celle précédente.

Marche de la pendule, m' : obtenue par la formule (1).

Marche diurne du chronomètre, m : somme algébrique de la marche relative et de celle de la pendule, $m = m^r + m'$.

C'est avec ces marches diurnes seules qu'on doit calculer les coëfficients V, $\frac{y}{2}$ et T.

LOI DE LA MARCHE DES CHRONOMÈTRES.

Il n'est pas un navigateur qui soit sûr en attérissant, de sa *longitude*, chronométrique, la *seule pratique*. S'il a fait avec le même chronomètre plusieurs attérages heureux, il a en lui une confiance relative, jamais entière, il ne croit nullement à la *marche constante*.

La vérité est que la marche constante est une grosse erreur ; les chronomètres marchent avec une précision étonnante suivant une *loi* fort simple et bien différente.

Avec cette *loi*, le navigateur peut accorder à la *longitude* la même confiance qu'à la *latitude* obtenue par les hauteurs méridiennes ou circumméridiennes.

La longitude par les *distances* n'est pas pratique et ne le sera jamais.

La longitude par les chronomètres *seule* complète le problème important de la navigation.

Deux causes font varier la marche des chronomètres.

Le changement de *température* qui produit par la dilatation un changement de forme du balancier, d'où un changement de marche.

Soit y le coëfficient de *température* ou du changement de marche qui en résulte.

Le défaut de *précision* qui produit par le frottement un autre changement de marche.

Soit V le coëfficient de *précision* ou du changement de marche qui en résulte.

Le balancier d'un chronomètre est tel, que ses changements de forme ne peuvent produire que des changements de marche *uniformément variés ;* il ne peut en être autrement.

T : température à laquelle le chronomètre a été réglé.

M: marche à cette température.

Admettons d'abord le frottement nul.

Si à la température T, on a la marche M,

à la température	$T \pm 1°$, on a :	$M + 1y$
»	$T \pm 2°$,	$M + 2y + 1y$
»	$T \pm 3°$,	$M + 3y + 2y + 1y$
»	»	»
»	$T \pm n°$,	$M + (n \cdot n + 1°) \cdot \frac{y}{2}$

$\backsim$: différence positive de deux quantités, . : multiplié par.

Faisons $t = T \pm n°$, on a : $n \,.\, n + 1° = T \backsim t \,.\, T \backsim t + 1°$.

D'où, à la température t, on a la marche $m = M + \frac{y}{2} \,.\, (T \backsim t \,.\, T \backsim t + 1°)$

Des marches et températures indiquées ci-dessus, ressort la *loi* :

1° La température T, du réglage, correspond à la plus grande ou à la plus petite marche, selon que y est négatif ou positif.

2° Les températures *également* distantes de T, $T + n°$ et $T - n°$ correspondant à des marches *égales*, ces températures se nomment *complémentaires.*

Deux températures *complémentaires* t et t' différant également de T ou $T - t = t' - T$, on a : $T = \frac{1}{2}(t + t')$ et $t' = 2T \backsim t$.

Températures semblables : Deux températures toutes deux plus grandes ou plus petites que T.

Températures dissemblables : Deux températures, l'une plus grande, l'autre plus petite que T.

Précision : V étant le coëfficient, on pourrait admettre qu'il varie comme y, c'est pratiquement faux.

Le frottement fait changer la marche m d'une quantité V après 1 jour, 2 V après 2 jours, etc., après n jours, on a : $m + Vn$.

On peut admettre que V change avec le temps et peut être regardé comme *constant* pendant un temps assez long.

T et y sont *invariables*. Mêmes causes, mêmes effets.

Marche corrigée : Marche corrigée du changement Vn ou $m - Vn$.

La formule fondamentale de la marche diurne est :

$$(1)\quad m = M + \frac{y}{2} \,.\, (T \backsim t \,.\, T \backsim t + 1°) + Vn = M + \left(\frac{y}{2} \,.\, b\right) + Vn,$$

d'où :

$$(2)\quad M = m - \frac{y}{2} \,.\, (T \backsim t \,.\, T \backsim t + 1°) = m - \left(\frac{y}{2} \,.\, b\right)$$

m et m' : deux marches, n et n' : les rangs, t et t' : les températures.

$$(3)\quad V = \frac{M - M'}{n - n'} \text{ ou } \frac{M' - M}{n' - n}$$

Les températures sont égales ou complémentaires.

Digitized by Google

$$(4)\quad V = \frac{m - m'}{n - n'} \text{ ou } \frac{m' - m}{n' - n}$$

$$(5)\quad \frac{y}{2} = \frac{(m - Vn) - (m' - Vn')}{(T \backsim t \,.\, T \backsim t + 1^{\circ}) - (T \backsim t' \,.\, T \backsim t' + 1^{\circ})} = \frac{a - a'}{b - b'}$$

La formule (1) se met sous la forme :

$$(6)\quad m = M + \frac{y}{2} \,.\, (T^2 \pm T - 2Tt + t^2 \mp t) + Vn$$

$$+ T - t, \text{ si } T > t$$

$$- T + t, \text{ si } T < t.$$

m, m', m'', m''' : 4 marches, n, n', n'', n''' : les rangs, t, t', t'', t''' : les températures.

$$(7)\quad V = \frac{\dfrac{m' - m}{t - t'.t - t''} + \dfrac{m' - m''}{t' - t''.t - t''} + \dfrac{m' - m''}{t' - t''.t' - t'''} + \dfrac{m''' - m''}{t'' - t'''.t' - t'''}}{\dfrac{n' - n}{t - t'.t - t''} + \dfrac{n' - n''}{t' - t''.t - t''} + \dfrac{n' - n''}{t' - t''.t' - t'''} + \dfrac{n''' - n''}{t'' - t'''.t' - t'''}} =$$

$$= \frac{(a + a') + (a'' + a''')}{(b + b') + (b'' + b''')} = \frac{c}{d}$$

$$(8)\quad \begin{cases} \dfrac{y}{2} = \left(\dfrac{m - m'}{t - t'.t - t''} + \dfrac{m'' - m'}{t' - t''.t - t''}\right) + \left(V \,.\, \dfrac{n' - n}{t - t'.t - t''} + \dfrac{n' - n''}{t' - t''\ t - t''}\right) = \\ \qquad = -(a + a') + (V \,.\, b + b') \\ \dfrac{y}{2} = \left(\dfrac{m' - m''}{t' - t''.t' - t'''} + \dfrac{m''' - m''}{t'' - t'''.t' - t'''}\right) + \left(V \,.\, \dfrac{n'' - n'}{t' - t''.t' - t'''} + \dfrac{n'' - n'''}{t'' - t'''.t' - t'''}\right) = \\ \qquad = +(a'' + a''') - (V \,.\, b'' + b''') \end{cases}$$

$$(9)\quad \begin{cases} T = \dfrac{(m' - m) + \left(\dfrac{y}{2} \,.\, (t + t' \pm 1^{\circ})\right) . (t - t') + (V \,.\, n - n')}{y \,.\, (t - t')} \\ T = \dfrac{(m'' - m') + \left(\dfrac{y}{2} \,.\, (t' + t'' \pm 1^{\circ})\right) . (t' - t'') + (V \,.\, n' - n'')}{y \,.\, t' - t''} \\ T = \dfrac{(m''' - m'') + \left(\dfrac{y}{2} \,.\, (t'' + t''' \pm 1^{\circ})\right) . (t'' - t''') + (V \,.\, n'' - n''')}{y \,.\, t'' - t'''} \end{cases}$$

$$+ 1^{\circ} \text{ si } t > T,$$

$$- 1^{\circ} \text{ si } t < T.$$

CHRONOMÈTRE 200 WINNERL, SUIVI AU DÉPOT DES CARTES. (LIEUSSOU, pag. 61.)

TABLEAU 1.

1847		*n*	*t*	*m*	− V*n*	*m* − V*n*
Août	15	0	21°,3	+ 0s,89	− 0s,0000	+ 0s,8900
	25	10	20 ,0	+ 1 ,02	− 0 ,0220	+ 0 ,9980
Sept.	5	21	18 ,3	+ 1 ,14	− 0 ,0162	+ 1 ,0938
	15	31	17 ,0	+ 1 ,22	− 0 ,0682	+ 1 ,1518
	25	41	16 ,3	+ 1 ,23	− 0 ,0902	+ 1 ,1398
Octob.	5	51	16 ,0	+ 1 ,22	− 0 ,1122	+ 1 ,1078
	15	61	15 ,7	+ 1 ,22	− 0 ,1342	+ 1 ,0858
	25	71	14 ,7	+ 1 ,20	− 0 ,1562	+ 1 ,0438
Nov.	5	82	13 ,3	+ 1 ,18	− 0 ,1804	+ 0 ,9996
	15	92	11 ,3	+ 1 ,04	− 0 ,2024	+ 0 ,8376
	25	102	10 ,0	+ 0 ,88	− 0 ,2244	+ 0 ,6556
Décemb.	5	112	8 ,7	+ 0 ,70	− 0 ,2464	+ 0 ,4536
	15	122	7 ,7	+ 0 ,52	− 0 ,2684	+ 0 ,2516
1848	25	132	6 ,0	+ 0 ,19	− 0 ,2904	− 0 ,1004
Janvier	5	143	4 ,0	− 0 ,26	− 0 ,3146	− 0 ,5746
	15	153	2 ,3	− 0 ,72	− 0 ,3366	− 1 ,0566
	25	163	2 ,3	− 0 ,68	− 0 ,3586	− 1 ,0386
Février	5	174	3 ,7	− 0 ,26	− 0 ,3828	− 0 ,6428
	15	184	5 ,3	+ 0 ,16	− 0 ,4048	− 0 ,2448
	25	194	6 ,3	+ 0 ,43	− 0 ,4268	+ 0 ,0032
Mars	5	203	7 ,0	+ 0 ,58	− 0 ,4466	+ 0 ,1334
	15	213	8 ,0	+ 0 ,78	− 0 ,4686	+ 0 ,3114
	25	223	9 ,3	+ 1 ,01	− 0 ,4906	+ 0 ,5194
Avril	5	234	10 ,7	+ 1, 22	− 0 ,5148	+ 0 ,7052
	15	244	12 ,0	+ 1 ,40	− 0 ,5368	+ 0 ,8632
	25	254	13 ,0	+ 1 ,55	− 0 ,5588	+ 0 ,9912
Mai	5	264	14 ,7	+ 1 ,66	− 0 ,5808	+ 1 ,0792
	15	274	16 ,3	+ 1 ,73	− 0 6028	+ 1 ,1272
	25	284	17 ,7	+ 1 ,73	− 0 ,6248	+ 1 ,1052
Juin	5	295	18 ,3	+ 1 ,77	− 0 ,6490	+ 1 ,1210 *
	15	305	18 ,7	+ 1 ,77	− 0 ,6710	+ 1 ,0990
	25	315	19 ,3	+ 1 ,75	− 0 ,6930	+ 1 ,0570
Juillet	5	325	20 ,0	+ 1 ,69	− 0 ,7150	+ 0 ,9750
	15	335	20 ,7	+ 1 ,65	− 0 ,7370	+ 0 ,9130
	25	345	21 ,0	+ 1 ,67	− 0 ,7590	+ 0 ,9110

Digitized by Google

Les marches et températures ont été obtenues par des moyennes de 10 en 10, ce n'est pas très-exact.

Il faudrait tout simplement les marches et températures diurnes obtenues comme il a été indiqué plus haut.

n : rang des marches en jour, la première est 0.

t : température.

m : marche.

— Vn produit de V avec un signe différent par n.

V a été obtenu par les marches à températures égales.

m — Vn : marche corrigée.

L'inspection seule des marches, m, démontre avec évidence l'absurdité des marches *égales;* la différence des marches va jusqu'à — 0°,72 — (+ 1°,77) = 2°49.

Les marches corrigées font ressortir la loi.

1° Les 2 plus grandes marches sont avec les températures de 16° à 17°, d'où, T doit être de 16° à 17°.

2° A partir de cette température, les marches vont en *diminuant;* d'où y est *négatif.*

3° Les marches diffèrent d'autant plus que les températures diffèrent de T ; d'où, les marches ne variant pas comme les températures doivent varier d'après la *loi.*

Pour les températures *égales* ou différant peu, les marches m, *augmentent* d'autant plus qu'elles sont distantes; d'où, V a une valeur *positive.*

Tous les chronomètres, sans exception, démontrent la même loi.

1re *valeur de* V *par les marches à températures égales.*

Règle : V s'obtient d'autant plus exactement que les deux marches sont *distantes* et leurs températures *égales* ou différant le moins possible.

D'après cette règle et la formule (4) $(m' - m) : (n' - n) = $ V, on trouve :

t	t'	$(m' - m) \; : \; (n' - n) =$	V
21°,3	21°,0	(1°,67 — 0°,89) : (345 — 0) =	+ 0°,0023
20 ,0	20 ,0	(1 ,69 — 1 ,02) : (325 — 10) =	0 ,0021
18 ,3	18 ,3	(1 ,77 — 1 ,14) : (295 — 21) =	0 ,0023 *
16 ,3	16 ,3	(1 ,73 — 1 ,23) : (274 — 41) =	0 ,0021
		Moyenne V =	+ 0 ,0022

La 1re valeur 0,0023 peut être un peu inexacte à cause des températures qui diffèrent de 0°,3.

La 3e valeur 0,0023 * doit être aussi un peu inexacte, d'après l'indication de la marche corrigée 295 1,1210 * ; cette marche devrait être égale à celle 21 1,0938, elle est plus forte ; elle devrait être plus faible que la précédente, elle est plus forte ; d'où, la marche qui lui correspond 1,77 doit être trop forte ; malgré cela nous avons pris la moyenne des 4 valeurs ; c'est la règle, quand les valeurs trouvées ne s'écartent pas trop de celle moyenne.

Si au lieu de marches moyennes de 10 en 10 jours, on avait les marches diurnes de jour en jour, on obtiendrait une 40e de valeurs dont plus de 30 procureraient une moyenne très-exacte.

Valeur de T *par les températures* complémentaires.

Règle : Dans la colonne des marches corrigées, $m - Vn$, Tableau 1, choisir deux par deux les marches *égales* ou différant le moins et dont les températures sont *inégales*.

Les deux températures sont ou à très-peu près *complémentaires*.

T égale la demi-somme des deux températures ou $T = \frac{1}{2}(t + t')$.

	n	n'	$m - Vn$	$m' - Vn'$	$\frac{1}{2}(t$	$+ \ t')$	$=$ T
(1)	0	244	0s,8900	0s,8632	21°,3	+ 12°,0	= 16°,65
	10	82	0,9980	0,9996	20,0	13,3	16,65
(2)	10	254	0,9980	0,9912	20,0	13,0	16,50
	21	61	1,0938	1,0858	18,3	15,7	17,00 *
(3)	21	264	1,0938	1,0792	18,3	14,7	16,50
	31	41	1,1518	1,1398	17,0	16,3	16,65
(4)	31	274	1,1518	1,1272	17,0	16,3	16,65
(5)	61	284	1,0858	1,1052	15,7	17,7	16,70
(6)	82	325	0,9996	0,9750	13,3	20,0	16,65
	254	325	0,9912	0,9750	13,0	20,0	16,50
	264	305	1,0792	1,0990	14,7	18,7	16,70
						moyenne	T = 16°,61

La valeur 17°,00 * diffère trop de toutes les autres, on l'écarte.

La moyenne des 10 autres donne 16°,61, cette valeur doit être bien exacte, toutes les valeurs diffèrent trop peu de la moyenne.

Le grand accord de ces valeurs prouve avec la plus grande évidence la *vérité de la loi.*

2e *valeur de* V *par les marches à températures* complémentaires.

Règle : Employer les marches qui correspondent à celles corrigées qui ont servi pour trouver T.

Prendre seulement les marches distantes de plus de 100 jours.

Ces marches sont indiquées par (1) (2) (3) etc.

	$(m'-m)$: $(n'-n)=$	V
(1)	$(1^s,40 - 0^s,89) : (244 - 0) =$	$+\ 0^s,0021$
(2)	$(1,55 - 1,02) : (254 - 10) =$	$0,0022$
(3)	$(1,66 - 1,14) : (264 - 21) =$	$0,0021$
(4)	$(1,73 - 1,22) : (274 - 31) =$	$0,0021$
(5)	$(1,73 - 1,22) : (284 - 61) =$	$0,0023$
(6)	$(1,69 - 1,18) : (325 - 82) =$	$0,0021$
	Moyenne V =	$+\ 0^s,0022$

Cette moyenne est la même que celle trouvée par les marches à températures égales, elle doit être exacte. Son exactitude serait plus évidente avec les marches diurnes de jour en jour.

Valeur de $\frac{y}{2}$ *par les températures différant le* plus *et le* moins *de* T.

Règle : On calcule $\frac{y}{2}$ par la formule (5) avec toutes les marches dont les températures diffèrent le *moins* de T et celles dont les températures diffèrent le *plus* de T.

La valeur de T employée dans le calcul est *exacte*, si les valeurs de $\frac{y}{2}$ sont égales ou s'écartent *également* de la moyenne en plus et en moins.

Remarque : Pour obtenir V, il faut une grande différence de *temps*.

Pour obtenir $\frac{y}{2}$ et T, il faut une grande différence de tempér.

On a : $V = +\ 0^s,0022$ et $T = 16°,6$. $a = m - Vn$ et $b = T \backsim t \,.\, T \backsim t + 1$

Pour les marches indiquées, on forme le tableau 2.

m	$-$ V .	n =	a	T	t	T∽t	T∽t+1 −	b
+ 1ˢ,22	− 0ˢ,0022 .	31 =	+ 1ˢ,1518	16°,6	17°,0	0,4 .	1,4 =	0,56
+ 1 ,23	»	. 41	+ 1 ,1398	»	16 ,3	0,3 .	1,3	0,39
+ 1 ,22	»	. 51	+ 1 ,1078	»	16 ,0	0,6 .	1,6	0,96
− 0 ,68	»	. 163	− 1 ,0386	»	2 ,3	14,3 .	15,3	218,79
− 0 ,26	»	. 174	− 0 ,6428	»	3 ,7	12,9 .	13,9	179,31
+ 1 ,66	»	. 264	+ 1 ,0792	»	14 ,7	1,9 .	2,9	5,51
+ 1 ,73	»	. 274	+ 1 ,1272	»	16 ,3	0,3 .	1,3	0,39
+ 1 ,73	»	. 284	+ 1 ,1052	»	17 ,7	1,1 .	2,1	2,31

$$(5)\quad (a - a') : (b - b') = \frac{y}{2}.$$

n	n'	$(a - a')$:	$(b - b')$ =	$\frac{y}{2}$
31	163	(1ˢ,1518 + 1ˢ,0386) :	(0,56 − 218,79) =	− 0ˢ,0100
41	163	(1 ,1398 + 1 ,0386) :	(0,39 − 218,79) =	− 0 ,0099
51	163	(1 ,1078 + 1 ,0386) :	(0,96 − 218,79) =	− 0 ,0100
31	174	(1 ,1518 + 0 ,6428) :	(0,56 − 179,31) =	− 0 ,0100
41	174	(1 ,1398 + 0 ,6428) :	(0,39 − 179,31) =	− 0 ,0100
51	174	(1 ,1078 + 0 ,6428) :	(0,96 − 179,31) =	− 0 ,0098
163	264	(− 1 ,0386 − 1 ,0792) :	(218,79 − 5,51) =	− 0 ,0099
163	274	(− 1 ,0386 − 1 ,1272) :	(218,79 − 0,39) =	− 0 ,0099
163	284	(− 1 ,0386 − 1 ,1052) :	(218,79 − 2,31) =	− 0 ,0099
174	264	(− 0 ,6428 − 1 ,0792) :	(179,31 − 5,51) =	− 0 ,0099
174	274	(− 0 ,6428 − 1 ,1272) :	(179,31 − 0,39) =	− 0 ,0099
174	284	(− 0 ,6428 − 1 ,1052) :	(179,31 − 2,31) =	− 0 ,0099

1° Il est bien évident que la moyenne − 0ˢ,0099 doit être la valeur exacte de $\frac{y}{2}$.

2° 4 valeurs diffèrent en plus de la moyenne de 0ˢ,0001.

1 valeur diffère en moins de la moyenne de 0ˢ,0001.

Cette différence des valeurs en plus et en moins indique une faible erreur sur T.

Admettons que l'on n'ait aucune connaissance de la valeur de T, on fait deux fois le calcul avec deux valeurs quelconques supposées et on opère comme il va être dit pour vérifier la valeur de T. On peut calculer T par les formules (8) et (9).

Vérifier la valeur de T.

On calcule $\frac{y}{2}$ avec 16°,61 et 16°,62 ; avec 0°,01 et 0°,02 en plus sur T.

Il est inutile de donner une règle pour savoir s'il faut augmenter ou diminuer T pour arriver à l'avoir exact, le premier calcul fait indique si on opère bien.

Avec T =	16°,60	16°,61	16°,62
On a : $\frac{y}{2}$ =	0°,0100	0°,0100	0°,0100
	0,0100	0,0100	0,0099
	0,0099	0,0098	0,0098
	0,0100	0,0100	0,0100
	0,0100	0,0099	0,0099
	0,0098	0,0098	0,0098
	0,0099	0,0099	0,0099
	0,0099	0,0099	0,0099
	0,0099	0,0099	0,0099
	0,0099	0,0099	0,0098
	0,0099	0,0099	0,0099
	0,0099	0,0099	0,0098
Somme =	0,1191	S = 0,1189	S = 0,1186
Moyennes =	$\frac{s}{12} = 0,0099 + \frac{0,0003}{12}$	$\frac{s}{12} = 0,0099 + \frac{0,0001}{12}$	$\frac{s}{12} = 0,0099 - \frac{0,0002}{12}$

Les trois calculs indiquent avec évidence que la valeur exacte de $\frac{y}{2}$ est 0,0099.

Si par le 2e calcul, on eut trouvé une différence positive plus grande que + 0,0003, c'était la preuve qu'il fallait faire ce calcul avec une valeur de T plus petite que 16°,60.

16°,60 indique la valeur 0,0099 + 0,0003 : 12,

16 ,61 indique la valeur 0,0099 + 0,0001 : 12,

16 ,62 indique la valeur 0,0099 — 0,0002 : 12.

16 ,61 indique la valeur exacte avec le plus de précision, toute autre valeur donnerait une différence plus grande.

D'où, la valeur exacte de T = 16°,61 et celle de $\frac{y}{2}$ = — 0°,0099.

Les mauvaises données se reconnaissent facilement, on les néglige en connaissance de cause.

Prenons la marche 153 dont la température est 2°,3 ; si on calcule $\frac{y}{2}$ avec les marches 31, 41 et $T = 16°,6$, on trouve 0,0101 et 0,0101 valeurs s'écartant davantage de la moyenne.

Il est bon de remarquer que les températures ont été prises au degré, (Lieussou, page 61) ; que les marches m manquent d'exactitude ; malgré cela, on arrive à des résultats d'une précision étonnante par des calculs de la plus extrême simplicité.

Le *vrai seul* conduit à de tels résultats.

Valeur de V *par les marches* M *à températures* égales *ou* complémentaires, *ou se rapprochant le plus de cette condition.*

Pour ce calcul, les valeurs T et $\frac{y}{2}$ trouvées par la formule (5) sont toujours assez exactes ; une différence sur ces valeurs, même assez grande, ne produit sur V qu'une différence nulle et négligeable.

Règle : 1° Avec la formule (2), on a : $M = m - \frac{y}{2}.b$ et $b = T \backsim t . T \backsim t + 1$.

2° Avec la marche M et b et la marche suivante M′ distante de plus de 100 jours et dont b' diffère le moins de b, on a : (3) $V = \frac{M' - M}{n' - n}$.

Négliger les marches dont b est plus grand que 35.

Admettons $T = 16°,6$ et $\frac{y}{2} = -0°,01$.

Règle : Il faut calculer M de jour en jour, obtenir ensuite des valeurs moyennes de M de 10 jours en 10 jours exactement.

C'est plus exact et plus simple, toutes les valeurs de $n' - n$ étant des multiples de 10.

Ne pas tenir compte des valeurs V qui s'écartent de la moyenne.

TABLEAU 3.

n	t	b	$\left(-\frac{y}{2}.b\right)$	$+ m =$	M
0	21°,3	26,79	+0°,2679	+0°,89 =	+1°,1579
10	20 ,0	14,96	0 ,1496	1 ,02	1 ,1696
21	18 ,3	4,59	0 ,0459	1 ,14	1 ,1859
31	17 ,0	0,56	0 ,0056	1 ,22	1 ,2256
41	16 ,3	0,39	0 ,0039	1 ,23	1 ,2339
51	16 ,0	0,96	0 ,0096	1 ,22	1 ,2296
61	15 ,7	1,71	0 ,0171	1 ,22	1 ,2371
71	14 ,7	5,51	0 ,0551	1 ,20	1 ,2551
82	13 ,3	14,19	0 ,1419	1 ,18	1 ,3219
92	11 ,3	33,39	0 ,3339	1 ,08	1 ,3739
		b est trop grand.			
244	12 ,0	25,76	+0 ,2576	+1 ,40 =	+1 ,6576
254	13 ,0	16,56	0 ,1656	1 ,55	1 ,7156
264	14 ,7	5,51	0 ,0551	1 ,66	1 ,7151
274	16 ,3	0,39	0 ,0039	1 ,73	1 ,7339
284	17 ,7	2,31	0 ,0251	1 ,73	1 ,7531
295	18 ,3	4,59	0 ,0459	1 ,77	1 ,8159
305	18 ,7	6,51	0 ,0651	1 ,77	1 ,8351
315	19 ,3	9,99	0 ,0999	1 ,75	1 ,8499
325	20 ,0	14,96	0 ,1496	1 ,69	1 ,8396
335	20 ,7	20,91	0 ,2091	1 ,65	1 ,8591
345	21 ,0	23,76	0 ,2376	1 ,67	1 ,9076

Calcul de V.

b	b'	(M' — M) : (n' — n) =	V
26,79	25,76	(1°,6576 — 1°,1579) : (244 — 0) =	+0°,0020 *
26,79	20,91	(1 ,8591 — 1 ,1579) : (335 — 0)	0 ,0021
26,79	23,76	(1 ,9076 — 1 ,1579) : (345 — 0)	0 ,0022
14,96	16,56	(1 ,7156 — 1 ,1696) : (254 — 10)	0 ,0022
14,96	14,96	(1 ,8396 — 1 ,1696) : (325 — 10)	0 ,0021
4,59	5,51	(1 ,7151 — 1 ,1859) : (264 — 21)	0 ,0022
4,59	4,59	(1 ,8159 — 1 ,1859) : (295 — 21)	0 ,0023
0,56	0,39	(1 ,7339 — 1 ,2256) : (274 — 31)	0 ,0021
0,39	0,39	(1 ,7339 — 1 ,2339) : (274 — 41)	0 ,0021
0,96	0,39	(1 ,7339 — 1 ,2296) : (274 — 51)	0 ,0023
1,71	2,31	(1 ,7531 — 1 ,2371) : (284 — 61)	0 ,0023
5,51	5,51	(1 ,7151 — 1 ,2551) : (264 — 71)	0 ,0024 *
5,51	4,59	(1 ,8159 — 1 ,2551) : (295 — 71)	0 ,0025 *
5,51	6,51	(1 ,8351 — 1 ,2551) : (305 — 71)	0 ,0025 *
14,19	16,56	(1 ,7156 — 1 ,3219) : (254 — 82)	0 ,0023
14,19	14,96	(1 ,8396 — 1 ,3219) : (325 — 82)	0 ,0021
33,39	23,76	(1 ,9076 — 1 ,3739) : (345 — 92)	0 ,0021

Digitized by Google

La moyenne de ces 17 valeurs est 0s,0022.

Les 4 valeurs marquées d'un astérisque différant trop de la moyenne sont inexactes et se négligent.

Il est facile de reconnaître par les différences des marches M que celles qui ont procuré les valeurs marquées d'un astérisque doivent avoir des erreurs.

La moyenne des 13 autres valeurs donne de même 0s,0022.

Les valeurs mauvaises n'étaient pas assez nombreuses pour altérer la moyenne.

Pour prouver qu'une différence sur T et $\frac{y}{2}$ ne produit sur V qu'une différence négligeable, faisons $T = 16^s,0$ et $\frac{y}{2} = -0^s,011$. Prenons les marches 0 et 335, on a :

n	t	b	$\left(-\frac{y}{2}.b\right)+$	$m=$	M
0	21°,3	33,39	$+0^s,3673+$	$0^s,89=$	$+1^s,2573$
335	20,7	26,79	$+0,2947+$	$1,65=$	$+1,9147$

$$V = \frac{M' - M}{n' - n} = \frac{0,6874}{335} = +0^s,0021.$$

C'est la même valeur que celle trouvée avec 16°,60 et — 0s,01.

x : Changement de V, *par les marches* M.

Il importe de connaître si V change d'une manière appréciable, pour pouvoir en tenir compte ou du moins s'en défier.

On connaît T et $\frac{y}{2}$.

Règle : 1° On a: (2) $M = m - \frac{y}{2}.b$ et $b = T \backsim t.T \backsim t + 1$.

2° Avec la marche M et celle M' 100 j. après on a : (3) $V = \frac{M'-M}{n'-n}$.

3° Si les valeurs de V vont évidemment en croissant ou en décroissant, on calcule x quantité dont V change dans un temps donné.

Nota. Toutes les marches M devraient être des moyennes de 10 exactement, $n' - n$ serait alors toujours égal à 100.

Cette règle qui simplifie, n'a pas été observée dans l'exemple.

On a : $T = 16°,61$, $\frac{y}{2} = -0^s,0099$.

Règle: Calculer M de jour en jour, obtenir les valeurs de V par des moyennes.

Ne pas tenir compte des valeurs V qui s'écartent de la moyenne.

TABLEAU 4.

n	t	b	$\left(-\frac{y}{2}.b\right)+m$	$=$ M	V	Moyennes
0	21°,3	26,69	+0°,2642+0°,89	= +1°,1542	»	
10	20 ,0	14,88	0,1473+1,02	1,1673	•	
21	18 ,3	4,55	0,0450+1,14	1,1850	•	
31	17 ,0	0,54	0,0053+1,22	1,2253	»	
41	16 ,3	0,41	0,0041+1,23	1,2341	»	
51	16 ,0	0,98	0,0097+1,22	1,2297	»	
61	15 ,7	1,74	0,0172+1,22	1,2372	»	
71	14 ,7	5,55	0,0549+1,20	1,2549	»	
82	13 ,3	14,27	0,1413+1,18	1,3213	»	
92	11 ,3	35,51	0,3317+1,04	1,3717	•	
102	10 ,0	50,30	0,4980+0,88	1,3780	+0°,0022	
112	8 ,7	70,48	0,6978+0,70	1,3978	0,0023	
122	7 ,7	88,30	0,8742+0,52	1,3912	0,0021	0°,0021
132	6 ,0	123,18	1,2195+0,19	1,4095	0,0018 *	
143	4 ,0	171,62	1,6990—0,26	1,4390	0,0020	
153	2 ,3	219.09	2,1690—0,72	1,4490	0.0021	
163	2 ,3	219,09	2,1690 - 0,68	1,4890	0,0025 *	
174	3 ,7	179,58	1,7778—0,26	1,5178	0,0026 *	0,0021
184	5 ,3	139,23	1,3784+0,16	1,5384	0,0021	
194	6 ,3	116,61	1,1544+0,43	1,5844	0,0021	
203	7 ,0	101,96	1,0091+0,58	1,5894	0,0021	
213	8 ,0	82,74	0,8191+0,78	1,5991	0,0020	
223	9 ,3	60,75	0,6014+1,01	1,6114	0,0022	0,0021
234	10 ,7	40,84	0,4013+1,22	1,6243	0,0021	
244	12 ,0	25,86	0,2560+1,40	1,6560	0,0021	
254	13 ,0	16,64	0,1647+1,55	1,7147	0,0026	
264	14 ,7	5,55	0,0549+1,66	1,7149	0,0022	
274	16 ,3	0,41	0,0041+1,73	1,7341	0,0022	0,0023
284	17 ,7	2,28	0,0226+1,73	1,7526	0,0021	
295	18 ,3	4,55	0,0450+1,77	1,8150	0,0023	
305	18 ,7	6,45	0,0639+1,77	1,8339	0,0024	
315	19 ,3	9,93	0,0983+1,75	1,8483	0,0024	
325	20 ,0	14,88	0,1473+1,69	1,8373	0,0022	0,0024
335	20 ,7	20,82	0,2061+1,65	1,8561	0,0023	
345	21 ,0	23,66	0,2342+1,67	1,9042	0,0025	

Digitized by Google

Les valeurs de V s'accordent bien, ne différant que dans les dix-millièmes de seconde et pourtant marches et températures auraient pu être mieux déterminées.

La valeur moyenne de V est $+ 0^s,0022$.

Les valeurs marquées d'un astérisque différant trop des autres valeurs voisines, proviennent de mauvaises marches, se négligent.

La moy. des 5 prem. val., sauf celle marquée d'un astér. donne $V = + 0^s,0021$
La moy. des 5 val. suiv., sauf celle marquée d'un astér. 0,0021
La moy. des 5 val. suiv., donne 0,0021
La moy. des 5 val. suiv., donne 0,0023
La moy. des 5 val. suiv., donne 0,0024

V paraît d'abord constant, il est évident qu'il varie un peu en augmentant.

On a : 1re valeur moyenne n 122 V $+ 0^s,0021$
5e n' 325 V' $+ 0,0024$

changem. diurne de V, $x = \frac{V' - V}{n' - n} = \frac{+ 0,0003}{203} = + 0^s,0000015$

ce changement x doit toujours être regardé comme *probable*, il est pratiquement *nul*.

Cette variation x est négligeable ; après 100 jours, cette différence sur V ne peut donner sur la longitude qu'une différence de $0^s,76$ ou de *deux dixièmes de mille* environ, différence pratiquement nulle.

Il résulte avec la plus grande évidence que les valeurs de $\frac{y}{2}$ et V ont été obtenues à moins d'*un dix-millième de seconde*, que V doit varier régulièrement à peu près d'*un millionième de seconde* par jour.

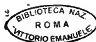
L'accord et la précisiou extraordinaires de tous les résultats prouvent avec la plus grande évidence la loi sur la marche des chronomètres.

CALCUL DES COEFFICIENTS PAR QUATRE MARCHES.

Quoiqu'on fasse, les marches et températures observées auront des erreurs, si petites qu'elles soient.

La méthode que nous venons de donner pour trouver les marches des chronomètres est certainement la meilleure, n'employant que deux marches et donnant le plus grand nombre possible de résultats.

Il convient pour compléter cette théorie, de montrer ce que peuvent donner d'exactitude les seules formules possibles, pour obtenir les coefficients V, $\frac{y}{2}$ et T, en employant 4 marches.



Calcul de V, $\frac{y}{2}$ *et* T *par les formules* (7) (8) *et* (9).

Règle : 1° La 1re marche dont la température diffère le *moins* de T.

2° les 2 marches après dont les températures diffèrent le *plus* de T, et peu entr'elles.

3° la marche suivante dont la température diffère le *moins* de T.

Les 4 températures doivent être *semblables*.

Les valeurs de $\frac{y}{2}$ doivent être *égales*, il en est de même de celles de T ; sinon, on s'est *trompé* dans les calculs.

1er *Calcul.*

n	$41\,m$	$+\,1^s{,}23\,t$	16°,3	température différant le *moins* de T.
n'	$163\,m'$	$+\,0{,}68\,t'$	2 ,3	température différant peu entr'elles et le *plus* de T.
n''	$184\,m''$	$+\,0{,}16\,t''$	5 ,3	(idem)
n'''	$274\,m'''$	$+\,1{,}73\,t'''$	16 ,3	température différant le moins de T.

Les 4 températures sont semblables.

Admettons que pour ce premier calcul, on ne connaisse pas T ; on sait toujours par l'inspection des marches qu'il a pour valeur 16° à 17°, cela suffit pour choisir les 4 marches ; d'ailleurs, si on se trompe, on le voit au résultat.

Par la formule (7) on a :

$$\frac{\frac{m'-m}{t-t'.t-t''}+\frac{m'-m''}{t'-t''.t-t''}+\frac{m'-m''}{t'-t''.t'-t'''}+\frac{m'''-m''}{t''-t'''.t'-t'''}}{\frac{n'-n}{t-t'.t-t''}+\frac{n'-n''}{t'-t''.t-t''}+\frac{n'-n''}{t'-t''.t'-t'''}+\frac{n'''-n''}{t''-t'''.t'-t'''}}=$$

$$=\frac{(a+a')+(a''+a''')}{(b+b')+(b''+b''')}=\frac{c}{d}=\mathrm{V}$$

$$\frac{\frac{-1{,}91}{+154}+\frac{-0{,}84}{-33}+\frac{-0{,}84}{+42}+\frac{1{,}57}{+154}}{\frac{+122}{+154}+\frac{-21}{-33}+\frac{-21}{+42}+\frac{+90}{+154}}$$

	logarithme		log.		log.		log.
$-1,91$	» 2810334	$-0,84$	» 9242793	$-0,84$	» 9242793	$+1,57$	» 1958997
$+154$	1875207	-33	5185139	$+42$	6232493	$+154$	1875207
$-a$	0935127	$+a'$	4057654	$-a''$	3010300	$+a'''$	0083790
$+122$	» 0863598	-21	» 3222193	-21	» 3222193	$+90$	» 9542425
$+154$	1875207	-33	5185139	$+42$	6232493	$+154$	1875207
$+b$	8988391	$+b'$	8037054	$+b''$	6989700	$+b'''$	7667218

Retranchez le logarithme inférieur du supérieur.

Les signes des a ou des b sont $+$ ou $-$ suivant que les 2 signes au-dessus sont semblables ou différents.

$a \; -0,01240 \qquad a'' \; -0,02000$

$a' + 0,02545 \qquad a''' + 0,01019 \qquad$ log.

$a + a' + 0,01305 + a'' + a''' - 0,00981 = c = +0,00324$ » 5105450

$d = \qquad -$ 1798360

$b \; +0,79221 \qquad b'' \; -0,50000 \qquad$ log. de V 3307090

$b' + 0,63636 \qquad b''' + 0,58442 \qquad V = +0^s,002141.$

$b + b' + 1,42857 + b'' + b''' + 0,08442 = d = +1,51299$

c et d ayant le même signe, V a le signe $+$.

Nota. Sachant que V doit être positif, on se dispense de mettre de signes à c et à d.

Par la formule (8), on a : $\frac{y}{2} = \begin{cases} -(a + a') + (V.b + b') \\ +(a'' + a''') - (V.b'' + b''') \end{cases}$

log.	log.
V 3307090	V 3307090
$b + b'$ 1549015	$b'' + b'''$ 9284983
Somme 4856105	S. 2592073
Signe de $b + b' +$ 0,00306	Signe différ. de $b'' + b''' -$ 0,00018
$-(a + a') -$ 0.01305	$a'' - a''' -$ 0,00981
$\frac{y}{2} = -0^s,00999$	$-0^s,00999$

Le calcul de $\frac{y}{2}$ se fait sans signes, sachant qu'on doit trouver 2 valeurs égales, il suffit d'opérer de manière à obtenir cette égalité.

Digitized by Google

Par la formule (9) on a :

$$T = m' - m + \frac{y}{2}.(t + t' - 1^\circ).(t - t') + V.(n - n') : y.(t - t')$$

$$T = m'' - m' + \frac{y}{2}.(t' + t'' - 1^\circ).(t' - t'') + V.(n' - n'') : y.(t' - t'')$$

$$T = m''' - m'' + \frac{y}{2}.(t'' + t''' - 1^\circ).(t'' - t''') + V\ (n'' - n''') : y.(t'' - t''')$$

On a : -1°, $t < T$.

$m' - m = \qquad = -1{,}91000$

$\frac{y}{2}.(t + t' - 1).(t - t') = -0{,}00999.(17{,}6 . 14{,}0) = -2{,}46157$

$V.(n - n') = +0{,}002141 . -122 \qquad = -0{,}26120$

Somme algébrique $\quad \frac{4{,}63277}{0{,}29972} = 16^\circ{,}56$ T.

$y.(t - t') = 0{,}01998 . 14{,}0$

Il n'est pas nécessaire de mettre de signes aux deux dernières quantités, ces deux nombres sont toujours de même signe, T étant positif.

V étant positif, le 3e terme est négatif.

Les 2 premiers termes doivent avoir le même signe.

Dans tous les cas, si on se trompe de signes, on s'en aperçoit aux résultats qui sont alors inégaux.

$m'' - m' \qquad = +0{,}84000$

$\frac{y}{2}.(t' + t'' - 1).(t' - t'') = -0{,}00999.(6{,}6 . 3{,}0) = +0{,}19780$

$V.(n' - n'') = +0{,}002141 . -21 \qquad = -0{,}04496$

S. a. $\quad \frac{0{,}99284}{0{,}05994} = 16^\circ{,}56$T.

$y.(t' - t'') = 0{,}01998 . 3{,}0$

$m''' - m'' \qquad = +1{,}57000$

$\frac{y}{2}.(t'' + t''' - 1).(t'' - t''') = -0{,}00999.(20{,}6. - 11{,}0) = +2{,}26373$

$V.(n'' - n''') = +0{,}002141 . -90 \qquad = -0{,}19269$

S. a. $\quad \frac{3{,}64104}{0{,}21978} = 16^\circ{,}57$T

$y.(t'' - t''') = +0{,}01998 . 11{,}0$

Les 3 valeurs de T étant égales, tous les calculs sont exacts.

La petite différence de 0°,01 sur la dernière valeur provient des fractions négligées.

La moindre erreur de calcul empêche l'égalité des valeurs de T.

Tous les calculs se font avec 5 décimales.

On peut faire le calcul sans logarithmes, c'est beaucoup plus long, plus sujet à erreurs.

L'emploi des logarithmes *sans caractéristiques* est très-facile et très-prompt, rien n'est plus simple, connaissant l'arithmétique.

Exemple. Diviser 1,91 par 154 : Il s'agit de connaître les unités du premier chiffre significatif du quotient : il est bien évident que ce n'est qu'à partir des centièmes que le nombre 1,91 peut contenir le diviseur 154, donc le premier chiffre significatif du quotient exprimera des centièmes ; avant de chercher le nombre correspondant au logarithme du quotient, on écrit 0,0 et à la suite le nombre trouvé comme si c'était un nombre entier. Autrement : Les deux nombres s'écrivent, le dividende sur le diviseur, les chiffres à gauche sur la même colonne verticale $\frac{1,92}{154}$, le chiffre des unités 4 est sous les centièmes, le nombre au-dessus est numériquement plus grand, le premier chiffre significatif du quotient exprimera des centièmes.

Il est bien plus facile de reconnaître le premier chiffre significatif du quotient, dût-on le chercher d'après la règle, que de chercher les caractéristiques.

2e *Calcul.*

On prend dans les premières marches celle 31 différant le moins de T après celle 41 déjà employée et les 3 mêmes marches suivantes.

n 31 m $+1^s,22$ t $16°,2$ * à la place de 17° température dissemblable.
n' 163 m' $-0,68$ t' $2,3$ } les mêmes que dans le 1er calcul.
n'' 184 m'' $+0,16$ t'' $5,3$ }
n''' 274 m''' $+1,73$ t''' $16,3$ diffère le moins de t.

On a admis pour le calcul $T = 16°,6$, d'où $t = 33°,2 - 17°,0 = 16°,2$ *

On a : $t = 17,0$ $T = 16,6$ $t \backsim T = 0,4$ } somme des différences 0,7
$t''' = 16,3$ » $t''' \backsim T = 0,3$ }

La somme des différences pour le 1er calcul = 0,6

Les températures t et t''' sont d'autant plus favorables que la somme des différences est petite.

Digitized by Google

Par la formule (7)

$$\frac{\frac{-1,90}{+151,51}+\frac{-0,84}{-32,7}+\frac{-0,84}{+42}+\frac{+1,57}{+154}}{\frac{+132}{+151,51}+\frac{-21}{-32,7}+\frac{-21}{+42}+\frac{+90}{+154}}=\frac{+0,01315-0,00981}{+1,51343-0,08442}=$$

$$=+0^s,002090\ \mathrm{V}$$

Par la formule (8)

$$\left.\begin{array}{l}-0,01315+(0,00209\,.+1,51343)=-0^s,00999\\-0,00981-(0,00209\,.+0,08442)=-0\,,00999\end{array}\right\}\frac{y}{2}$$

Par la formule (9)

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{(-1,90+(-0,00999\,.\,17,5\,.\,13,9)+(0,00209\,.-132)}{-0,01998\,.\,13,9}=16^\circ,58\\[2ex]\dfrac{(+0,84)+(-0,00999\,.\,6,6\,.-3,0)+(0,00209\,.-21)}{-0,02\,.-3,0}=16\,,58\\[2ex]\dfrac{(+1,57)+(-0,00999\,.\,20,6.-11,0)+(0,00209.-90)}{-0,01998\,.-11,0}=16\,,59\end{array}\right\}\mathrm{T}$$

Les 3 valeurs de T étant *égales*, tous les calculs sont exacts.

La différence de 0°,01 sur la 3e valeur provient des fractions négligées.

La valeur calculée de T 16°,58 diffère un peu de celle admise 16°,60.

Si on refait le calcul avec 16°,58, ce qui donne pour t 16°,16 *, on trouve :

$\mathrm{V}=+0^s,002086$, $\frac{y}{2}=-0^s,00999$ et $\mathrm{T}=16^\circ,58$, ce sont les valeurs exactes d'après les données.

La moindre erreur sur la valeur admise de T pour rendre une température semblable se reconnaît à l'*inégalité* des deux valeurs de T, celle admise et celle calculée.

3e *Calcul.*

Par la marche 51 dont la température diffère le moins de T après celles déjà employées et les 3 mêmes marches suivantes.

n 51 m +1s,22 t 16°,0 les températures sont semblables.

n' 163 m' −0,68 t' 2,3 }
n'' 184 m'' +0,16 t'' 5,3 } les mêmes que dans le 1er calcul.

n''' 274 m''' +1,73 t''' 16,3 diffère le moins de t.

t = 16,0 T = 16,6 $t \backsim \mathrm{T} = 0,6$ }
t''' 16,3 » $t''' \backsim \mathrm{T} = 0,3$ } somme 0,9

Par la formule (7)

$$\frac{\frac{-1,90}{+146,59}+\frac{-0,84}{-31,2}+\frac{-0,84}{+42}+\frac{+1,57}{+154}}{\frac{+112}{+146,59}+\frac{-21}{-31,2}+\frac{21}{+42}+\frac{+90}{+154}}=\frac{+0,01321+0,00981}{+1,42825+0,08442}=$$

$$=+0^s,002263\ \text{V}.$$

Par la formule (8)

$$\left.\begin{array}{l} -0,01321+(0,002263.+1,42825)=-0^s,0100 \\ -0,00981-(0,002263.+0,08442)=-0\ ,0100 \end{array}\right\}\frac{y}{2}$$

Par la formule (9)

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{(-1.90)+(-0,0100.17,3.13,7)+(0,002263.-112)}{-0,02.13,7}=16^\circ,51 \\ \dfrac{(+0,84)+(-0,0100.6,6.-3,0)+(0,002253.-21)}{-0,02.-3,0}=16\ ,51 \\ \dfrac{(+1.57)+(-0,0100.20,6.-11,0)+(0,002263.-90)}{-0,02.-11,0}=16\ ,51 \end{array}\right\}\text{T}$$

4° *Calcul.*

Par la marche 61 dont la température diffère le moins de T après celles déjà employées et les 3 mêmes marches suivantes,

n 61 m $+1^s,22$ t 15°,7 les températures sont semblables
n' 163 m' $-0\ ,68$ t' 2 ,3 } les mêmes que dans le 1er calcul
n'' 184 m'' $+0\ ,16$ t'' 5 ,3 }
n''' 274 m''' $+1\ ,73$ t''' 16 ,3 diffère le moins de t.

$$\left.\begin{array}{llll} t=15,7 & \text{T}=16,6 & t \backsim \text{T}=0,9 \\ t'''\ 16,3 & \text{»} & t''' \backsim \text{T}=0,3 \end{array}\right\}\text{ somme } 1,2.$$

Par la formule (7)

$$\frac{\frac{-1,90}{+139,36}+\frac{-0,84}{-31,2}+\frac{-0,84}{+42}+\frac{+1,57}{+154}}{\frac{+102}{+139,36}+\frac{-21}{-31,2}+\frac{-21}{+42}+\frac{+90}{+154}}=\frac{+0,01327-0,00981}{+1,40500+0,08442}=$$

$$=+0^s,002323\ \text{V}.$$

Par la formule (8)

$$\left.\begin{array}{l} -0{,}01327+(0{,}002323\,.+1{,}40500)=-0^{s}{,}01001 \\ -0{,}00981-(0{,}002323\,.+0{,}08442)=-0\,{,}01001 \end{array}\right\} \frac{y}{2}$$

Par la formule (9)

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{(-1{,}90)+(-0{,}01001\,.\,17{,}0\,.\,13{,}4)+(0{,}002323\,.-102)}{-0{,}02002\,.\,13{,}4}=16^{\circ}{,}47 \\ \dfrac{(+0{,}84)+(-0{,}01001\,.\,6{,}6\,.-3{,}0)+(0{,}002323\,.-21)}{-0{,}02002\,.-3{,}0}=16\,{,}48 \\ \dfrac{(+1{,}57)+(-0{,}01001\,.\,20{,}6\,.-11{,}0)+(0{,}002323\,.-90)}{-0{,}02002\,.-11{,}0}=16\,{,}48 \end{array}\right\} T$$

5e *calcul.*

Par la marche 21 dont la température diffère moins de T après celles déjà employées, les mêmes marches intermédiaires et celle 264 dont la température diffère le moins de t.

n 21 m $+1^s{,}14$ t $14^{\circ}{,}9$ * à la place de $18^{\circ}{,}3$ tempér. dissemblable.
n' 163 m' $-0{,}68$ t' $2{,}3$ } les mêmes que dans le 1er calcul.
n'' 184 m'' $+0{,}16$ t'' $5{,}3$ }
n''' 264 m''' $+1{,}66$ t''' $14{,}7$ diffère le moins de t.

On a admis pour le calcul $T=16^{\circ}{,}6$, d'où $t=33^{\circ}{,}2-18^{\circ}{,}4=14^{\circ}{,}9$ *
$t=18{,}3$ $T=16{,}6$ $t \backsim T=1{,}7$ } somme 3,6.
t''' 14,7 » $t''' \backsim T=1{,}9$ }

Par la formule (7)

$$\frac{\dfrac{-1{,}82}{+120{,}96}+\dfrac{-0{,}84}{-8{,}80}+\dfrac{-0{,}84}{+37{,}20}+\dfrac{+1{,}59}{+116{,}56}}{\dfrac{+142}{+120{,}96}+\dfrac{-21}{-28{,}80}+\dfrac{-21}{+37{,}20}+\dfrac{+80}{+116{,}56}}=\frac{+0{,}01412-0{,}00971}{+1{,}90241+0{,}12156}=$$
$$=+0^{s}{,}002179\ \mathrm{V}.$$

Par la formule (8)

$$\left.\begin{array}{l} -0{,}01412+(0{,}002179\,.+1{,}90241)=-0^{s}{,}00997 \\ -0{,}00971-(0{,}002179\,.+0{,}12156)=-0\,{,}00997 \end{array}\right\} \frac{y}{2}$$

Par la formule (9)

$$\left.\begin{aligned}\frac{(-1{,}82)+(-0{,}00997\,.\,16{,}2\,.\,12{,}6)+(0.002179\,.\,-142)}{-0{,}01094\,.\,12{,}6}&=16^{\circ}{,}58\\ \frac{(+0{,}84)+(-0{,}00997\,.\,6{,}6\,.\,-3{,}0)+(0{,}002179\,.\,-21)}{-0{,}01994\,.\,-3{,}0}&=16\ {,}58\\ \frac{(+1{,}50)+(-0{,}00997\,.\,19{,}0\,.\,-9{,}4)+(0{,}002179\,.\,-80)}{-0{,}01994\,.\,-9{,}4}&=16\ {,}58\end{aligned}\right\}\ \mathrm{T}.$$

La valeur calculée de T diffère un peu de celle admise 16°,60, refusant les calculs.

Avec $\mathrm{T}=16^{\circ}{,}57$, on trouve : $\mathrm{V}=+0^{s}{,}002169\ \frac{y}{2}=-0^{s}\,00997$ et $\mathrm{T}=16^{\circ}{,}58$

Avec $\mathrm{T}=16\ {,}58$ $\quad \underline{+0^{s}{,}002175} \quad \underline{-0^{s}{,}00997} \quad \underline{16\ {,}58}$

D'où, valeurs exactes : $\mathrm{V}=+0^{s}{,}002172\ \frac{y}{2}=-0^{s}{,}00997$ et $\mathrm{T}=16^{\circ}{,}58$

On pouvait se dispenser de refaire les calculs.

6e *calcul.*

Par la marche 71 dont la température diffère le moins de T après celles déjà employées et les marches du calcul précédent.

n 71 m $+1^{s}{,}20$ t $14^{\circ}{,}7$ les températures sont semblables.
n' 163 m' $-0{,}68$ t' $2{,}3$ } les mêmes que dans le 1er calcul.
n'' 184 m'' $+0{,}16$ t'' $5{,}3$ }
n''' 264 m''' $+1{,}66$ t''' $14{,}7$ égale t.
$t=14{,}7$ $\mathrm{T}=16{,}6$ $t \backsim \mathrm{T}=1{,}9$ } somme 3,8.
t''' 14,7 » $t''' \backsim \mathrm{T}=1{,}9$ }

Par la formule (7)

$$\frac{\dfrac{-1{,}88}{+116{,}56}+\dfrac{-0{,}84}{-28{,}2}+\dfrac{+0{,}84}{+37{,}2}+\dfrac{+1{,}50}{+116{,}56}}{\dfrac{+92}{+116{,}56}+\dfrac{-21}{-28{,}2}+\dfrac{-21}{+37{,}2}+\dfrac{+80}{+116{,}56}}=\frac{+0{,}01366-0.00971}{+1{,}53397+0{,}12182}=$$

$$=+0^{s}{,}002386\ \mathrm{V}.$$

Par la formule (8)

$$\left.\begin{aligned}-0{,}01366+(0{,}002386\,.\,+1{,}53397)&=-0{,}0100\\ -0{,}00971-(0{,}002386\,.\,+0{,}12182)&=-0{,}0100\end{aligned}\right\}\ \frac{y}{2}$$

Par la formule (9)

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{(-1,88)+(-0,01\,.\,16,0\,.\,12.4)+(0,002386\,.\,-92)}{-0,02\,.\,12,4}=16^{\circ},47 \\ \dfrac{(+0,84)+(-0.01\,.\,6,6\,.\,-3,0)+(0,002386\,.\,-21)}{-0.02\,.\,-3,0}=16\,,47 \\ \dfrac{(+1.50)+-0,01\,.\,19.0.-9,4)+(0,002386\,.\,-80)}{-0,02\,.\,-9,4}=16\,,46 \end{array}\right\}\text{T.}$$

7e calcul.

Par la marche 82 dont la température diffère le moins de T après celles déjà employées, les mêmes marches intermédiaires et la marche 254 dont la température diffère le moins de la première.

n 82 m $+1^{\circ},18$ t $13^{\circ},3$ les températures sont semblables.
n' 163 m' $-0,68$ t' $2,3$ ⎫ les mêmes que dans le 1er calcul.
n'' 184 m'' $+0,16$ t'' $5,3$ ⎭
n''' 264 m''' $+0,55$ t''' 13,0 diffère le moins de t.

$t=13,3$ $\mathrm{T}=16,6$ $t \backsim \mathrm{T}=3,3$ ⎫ somme 6,9
t''' 13.0 » $t''' \backsim \mathrm{T}=3,6$ ⎭

Par la formule (7), on trouve: $\mathrm{V}=+0^{\circ},002290$

Par la formule (8), $\dfrac{y}{2}=-0^{\circ},00975$, deux valeurs égales.

Par la formule (9), $\mathrm{T}=16^{\circ},84$, trois valeurs égales.

8e Calcul.

Par la marche 10 dont la température diffère le moins de T après celles déjà employées et les trois marches du calcul précédent.

n 10 m $+1^{\circ},02$ t $13^{\circ},6$ * à la place de $20^{\circ},0$ température dissemb.
n' 163 m' $-0,68$ t' $2,3$ ⎫ les mêmes que dans le 1er calcul.
n'' 184 m'' $+0,16$ t'' $5,3$ ⎭
n''' 254 m''' $+1,55$ t''' 13,0 diffère le moins de t.

On a admis pour le calcul $\mathrm{T}=16^{\circ},8$, d'où $t=33^{\circ},6-20^{\circ},0=13^{\circ},6$ *

$t=20,0$ $\mathrm{T}=16,6$ $t \backsim \mathrm{T}=3,4$ ⎫ somme 7,0.
t''' 13,0 $t''' \backsim \mathrm{T}=3,6$ ⎭

Par la formule (7), on trouve : $\mathrm{V}=+0^{\circ},002367$

Par la formule (8), $\dfrac{y}{2}=-0^{\circ},00976$ deux valeurs égales

Par la formule (9), $\mathrm{T}=16^{\circ},80$ trois valeurs égales.

9ᵉ *Calcul.*

Avec les marches 0,163, 184 et 244.

$$\left.\begin{array}{llll} t & =21^{\circ},3 & T=16,6 & t \backsim T=4,7 \\ t''' & \;12,0 & & t''' \backsim T=4,6 \end{array}\right\} \text{somme } 9,3.$$

La somme des différences est trop grande, les températures ne sont plus favorables.

Il est inutile de faire d'autres calculs, les marches extrêmes ne seraient pas *assez distantes* pour donner une bonne valeur de V, leurs températures différeraient trop de T pour donner une bonne valeur de $\frac{y}{2}$ et de T.

Avec des marches diurnes obtenues comme la théorie l'indique, les formules 7, 8 et 9 procureraient des résultats plus exacts.

Par ces 8 calculs, on trouve :

1ᵉʳ	Somme des différences	0,6	$V=+0^{s},002141$	$\frac{y}{2}=-0^{s},00999$	$T=16^{\circ},56$
2ᵉ	—	0,7	0,002090	0,00999	16,58
3ᵉ	—	0,9	0,002263	0,01000	16,51
4ᵉ	—	1,2	0,002323	0,10001	16,48
5ᵉ	—	3,5	0,002179	0,00997	16,58
6ᵉ	—	3,8	0,002386	0,01000	16,47
7ᵉ	—	6,9	0,002290	0,00975	16,84
8ᵉ	—	7,0	0,002367	0,00976	16,80
	Moyennes :		$V=+0^{s},00225$	$\frac{y}{2}=-0^{s},0099$	$T=16^{\circ},60$

Il importe de remarquer que par les formules (4) et (5), les résultats sont plus *exacts*, présentent des différences *moindres*.

Les calculs par ces formules sont d'une simplicité sans pareille.

Il est rationnel que le calcul le plus simple donne, sous tous les rapports, le plus d'exactitude.

On peut se dispenser de faire les calculs précédents, il était pourtant urgent de donner les formules théoriques pour trouver de prime abord les coëfficients, dans le cas où on voudrait en faire usage, mais surtout pour prouver que les formules (4) et (5) sont *uniques* au point de vue de la *simplicité* comme de l'*exactitude*.

RÉCEPTION DES CHRONOMÈTRES AU DÉPOT DES CARTES.

La précision constitue en première ligne la bonté du chronomètre.

On demande aux artistes une chose irrationnelle, des *marches égales*, ils font une chose irrationnelle.

Le défaut de précision, V, produit toujours ou presque toujours un changement de marche en *avance* $+ Vn$.

L'artiste, sciemment ou de sentiment, obtient par un défaut de compensation un changement de marche en *retard* $- yt$, afin que ces deux changements s'annulent.

Il eut bien mieux valu chercher à diminuer le plus possible la valeur de V ou celle de y.

L'artiste choisit aussi T dans le but d'arriver à des marches égales.

Il fait varier T de 9° à 20°, c'est sans juste raison.

La température T doit être égale autant que possible à celle moyenne que doit subir le chronomètre à bord du navire.

Tenant compte un peu de tout, je crois qu'on pourrait admettre pour la valeur de T 18° avec une tolérance de 2° en plus ou en moins.

Une différence sur T a d'autant moins d'importance que y a une petite valeur.

Les conditions pour la réception des chronomètres pourraient être les suivantes :

V : coëfficient de précision, valeur maxima $0^s,003$.

y : coëfficient de température, valeur maxima $0^s,030$.

T : température de réglage 16° à 20°.

Prime : si ces valeurs sont 10 fois plus petites.

Prime plus forte : si ces valeurs sont 30 fois plus petites.

Avec des conditions semblables, seules rationnelles, le progrès ne se fera pas attendre.

Recevoir les chronomètres, comme on persiste à le faire, en admettant la marche constante, c'est nier l'influence de la température et celle de la précision, influences que les marches observées de tous les chronomètres, sans exception, font ressortir avec la plus grande évidence.

Six à huit mois suffisent pour obtenir très-exactement les valeurs des coëfficients.

Les observations doivent commencer et se terminer avec des températures égales ou différant peu, en passant par les plus basses températures.

Commencer en octobre, température 16° environ ; finir en mai, température 16° environ.

Digitized by Google

Toutes les températures sont semblables.

1° On calcule V par la formule (4) températures égales.

2° On calcule $\frac{y}{2}$ et T par la formule (5) températures différant le plus et le moins de T.

Tout chronomètre expédié à un observatoire de port, l'est avec sa note ainsi qu'il suit :

Chronomètre 200 Winnerl suivi au dépôt du... au...

Température du réglage $T = 16°,61$.

Coëfficient de température $\frac{y}{2} = -0^s,0099$

Coëfficient de précision $V = +0^s,0024$ le 25 juillet.

Changement de V par jour $x = +0^s,0000015$.

RÈGLES POUR LE CONSTRUCTEUR

Annuler V, ou le rendre aussi petit que possible sera toujours pour l'artiste la grande difficulté.

Il obtient V avec une valeur d'autant plus petite que son habileté est grande.

Il arrive par tâtonnements à obtenir y avec une petite valeur, même à l'avoir presque nul ; on peut alors obtenir les marches sans le concours de la température, ce qui est le *but à atteindre.*

S'il n'arrive pas à cette compensation, il doit toujours arriver à l'avoir assez bonne, afin que les températures observées, sans beaucoup d'exactitude, soient toujours suffisantes.

Le moyen le plus facile et le plus sûr pour reconnaître la compensation est :

Soumettre le chronomètre à des températures décroissantes et croissantes, ou de part et d'autre de T; il n'est nullement nécessaire de connaître la valeur de ces températures.

La compensation est parfaite ou suffisante, ou y est nul ou d'autant plus petit, si les marches observées représentent des temps en progression arithmétique ou se rapprochant de cette condition. Sinon, les différences de marches *changent de signe* en passant des températures décroissantes à celles croissantes ou de part et d'autre de T.

V est nul ou d'autant plus petit que les marches sont égales ou diffèrent le moins.

Digitized by Google

RÈGLE POUR LE DIRECTEUR DE L'OBSERVATOIRE D'UN PORT.

Il reçoit du dépôt des cartes le chronomètre avec la note :
Température du réglage $T = 16^{\circ},61$.

Coëfficient de température $\frac{y}{2} = -0^{s},0099$

Coëfficient de précision $V = +0^{s},0020$ le 1[er] août 1847.
Changement diurne de V, $x = +0^{s},000001$, probable.
Il a reçu le chronomètre arrêté, il le remet en marche.

Il le compare tous les jours à la pendule pour avoir ses marches diurnes m.

Il calcule V pour s'assurer de sa valeur.

S'il a suivi le chronomètre pendant 50 jours au moins, il peut reconnaître assez bien la valeur de V, en tenant compte de cette donnée par le dépôt.

S'il a suivi le chronomètre pendant 100 jours ou plus, il doit obtenir assez exactement la valeur de V et l'indice de celle de x.

V s'obtient par des moyennes.

Avec T et $\frac{y}{2}$, il a : (?) $M = m - \left(\frac{y}{2} . b\right)$, $b = T \backsim t . T \backsim t + 1$ et $V = \frac{M' - M}{n' - n}$

$n' - n$ ne doit pas être moindre que 50 ni plus grand que 100.

Tableau 4.

1847	n	t	b	$\left(-\frac{y}{2} . b\right)$ +	m =	M	V	Moyennes
Août. 5	0	21°,3	26°,69	+0s,2642	+0s,89	=+1s,1542		
25	10	20 ,0	14 ,88	0 ,1473	1 ,02	1 ,1673		
Sep. 5	21	18 ,3	4 ,55	0 ,0450	1 ,14	1 ,1850		
15	31	17 ,0	0 ,54	0 ,0053	1 ,22	1 ,2253	+0s,0023	
25	41	16 ,3	0 ,41	0 ,0041	1 ,23	1 ,2341	0 ,0019	+0s,0021
Oct. 5	51	16 ,0	0 ,98	0 ,0097	1 ,22	1 ,2297	0 ,0015 *	
15	61	15 ,7	1 ,74	0 ,0172	1 ,22	1 ,2372	0 ,0014 *	
25	71	14 ,7	5 ,55	0 ,0542	1 ,20	1 ,2549	0 ,0014 *	
No. 5	82	13 ,3	14 ,27	0 ,1413	1 ,18	1 ,3213	0 ,0020	0 ,0021
15	92	11 ,3	33 ,51	0 ,3317	1 ,04	1 ,3717	0 ,0024	0 ,0022
25	102	10 ,0	50 ,30	0 ,4980	0 ,88	1 ,3780	0 ,0022	0 ,0022
Dé. 5	112	8 ,7	70 ,48	0 ,5978	0 ,70	1 ,3978	0 ,0023	0 ,0022

Nota. Il faudrait les marches de jour en jour.

Digitized by Google

Les marches étant des moyennes de 10, on a pu se servir de celles 31 et 41.

Les 3 valeurs marquées d'un astérisque sont mauvaises, elles diffèrent trop de la valeur de la note et des autres.

1er *cas* : Il faut remettre ce chronomètre à un navire après le 25 septembre.

Les marches pour obtenir V ne sont ni assez distantes, ni assez nombreuses; cependant, la valeur trouvée + 0s,0021 diffère trop peu de celle du dépôt + 0s,0020 pour que cette valeur ne soit pas assez exacte.

Ramener à la dernière marche M quelques marches précédentes.

n : rang de la dernière marche M.

n	n'	M'	+	V . $(n-n')$	= M
41	0	+1s,1542	+0s,002 .	41	=+1s,2382
41	10	1 ,1673	»	31	1 ,2293
41	21	1 ,1850	»	20	1 ,2250
41	31	1 ,2253	»	10	1 ,2453
41	41	1 ,2341	»	0	1 ,2341

Moyenne M = + 1s,23 marche initiale le 25 septembre.

V est toujours assez exact; admettons sur V une erreur de 0s,0002, l'erreur sur M est de 0s,004 pratiquement nulle.

Note accompagnant le chronomètre :

Le 25 septembre 1847. à 0h temps moyen de Paris.
Équation du chronomètre : avance +, ou retard — ...
Marche initiale M = + 1s,23
Température du réglage T = 16°,61
Coëfficient de température $\frac{y}{2} = -0^s{,}0099$
Coëfficient de précision V = + 0s,0021

D'après la note du dépôt : changement diurne de V, $x = +0^s{,}0000015$, probable.

2e *cas:* Le chronomètre est remis après le 5 décembre.

V a été obtenu assez exactement

On a :

n = 41 V + 0s,0021
n' 112 V' + 0 ,0022

$$x = \frac{V'-V}{n'-n} = \frac{+0{,}0001}{71} = +0^s{,}0000014$$ changement diurne de V.

Ramener à la dernière marche M quelques marches précédentes.

n	n'	M	$+ V.(n-n')$		= M
112	71	1ˢ,2549	+ 0ˢ,002 .	41	= + 1ˢ,3369 *
112	82	1 ,3213	»	30	1 ,3813
112	92	1 ,3717	»	20	1 ,4117
112	102	1 ,3780	»	10	1 ,3980
112	112	1 ,3978	»	0	1 ,3978

Moyenne M = + 1ˢ,40 marche initiale le 5 décembre.

On ne tient pas compte de la marche marquée d'un astérisque qui est évidemment mauvaise.

Note accompagnant le chronomètre.

Le 5 décembre 1847 à 0^h temps moyen de Paris.

Équation du chronomètre avance +, retard — ...

Marche initiale M = + 1ˢ,40

Température du réglage T = 16°.61

Coëfficient de température $\frac{y}{2} = - 0^s{,}0099$

Coëfficient de précision V = + 0ˢ,0022

Changement diurne de V, $x = + 0^s{,}0000014$, probable.

Nota. Si un chronomètre reste assez longtemps, il convient d'en vérifier les coëfficients.

CHRONOMÈTRES A DÉLIVRER AUX NAVIRES.

Les artistes, par suite des conditions qui leur sont imposées, font presque toujours le coëfficient $\frac{y}{2}$ négatif; du moment que le signe de ce coëfficient ne peut avoir de valeur, il est probable qu'à l'avenir ce coëfficient sera aussi souvent positif que négatif.

Si cette condition n'avait pas lieu, il faudrait l'exiger.

En remettant alors 2 chronomètres au même navire, l'un aurait le coëfficient $\frac{y}{2}$ *positif* et l'autre l'aurait *négatif;* les valeurs de ces coëfficients différeraient le moins possible. Il en résulterait que la longitude moyenne serait toujours assez exacte, même sans tenir *compte de la température*.

Il est bien entendu, qu'à tout navire, il faut délivrer *deux chronomètres au moins ;* il n'y a pas de garantie sans cela.

Digitized by Google

RÈGLE POUR LE NAVIGATEUR.

Il compare tous les jours les chronomètres.

Il note tous les jours la température du chronomètre à 9^h du matin ; il peut admettre cette température comme étant la moyenne diurne.

Il calcule tous les jours la marche de chaque chronomètre.

Note de l'observatoire :

Le 5 décembre 1847, à 0^h, temps moyen de Paris.

Équation du chronomètre : avance +, retard —...

$M = +1^s,40$ $T = 16°,6$ $\frac{y}{2} = -0^s,01$ $V = +0^s,0022$ $x = +0^s,0000014$ probable.

Tableau 5.

	n	t	b	$\frac{y}{2}.b$	$+ Vn$	$+ M$	$= m (1) b = T \backsim t . T \backsim t + 1$
déc. 5	0	»	»	»	»	»	»
6	1	9°,0	65,36	$-0^s,6530$	$+0^s,0022$	$+1^s,40$	$= +0^s,75$
7	2	8,6	72,00	$-0,7200$	$+0,0044$	»	$+0,68$
8	3	8,8	68,64	$-0,6864$	$+0,0066$	»	$+0,72$
9	4	8,4	75,44	$-0,7544$	$+0,0088$	»	$+0,65$

Il est inutile de tenir compte de x, sa valeur est trop petite; l'erreur sur la longitude après n jours égale $\frac{1}{2}\, x . n . (n+1)$; d'où, après 100 jours, l'erreur égale $\frac{1}{2}\, 0^s,0000014 . 100 . 101 = 0^s,007$, erreur nulle.

Avec les marches m, on obtient l'équation sur le temps moyen de Paris.

COMPARAISONS DES CHRONOMÈTRES.

Tableau 6.

	200 Winnerl	140 Berthoud	m^r	200 m	140 m'	$m' - m$
déc. 6	$1^H 40^m$	$4^H 12^m 9^s,3$	»	»		
7	»	4 12 8,0	$-1^s,3$	$+0^s,68$	$-0^s,54$	$-1^s,22$
8	»	4 12 7,0	$-1,0$	$+0,72$	$-0,23$	$-0,95$
»	»	»	»	»	»	»

Le chronomètre 200 Winnerl est regardé comme pendule, tous les jours à la même minute à ce chronomètre, on compare l'autre, ou les autres.

m^r : marche relative, s'obtient en retranchant de l'heure du chronomètre comparé l'heure précédente

m : marche calculée du chronomètre 200 (1)

m' : marche calculée du chronomètre 140 (1)

$m' - m$: marche relative calculée, elle doit être égale à m^r, ou en différer peu.

Si ces deux marches relatives diffèrent, c'est la preuve certaine que V a changé; on ne peut savoir lequel des chronomètres a changé; peut-être les deux. Ce qu'il y a de mieux à faire, c'est de prendre pour longitude celle moyenne et de se défier pour la différence.

Dans les lieux de relâche, observer pour obtenir une marche diurne m, d'où M et V (3). Si on n'a pu observer qu'une seule fois, la différence entre le temps moyen de Paris obtenu par les marches calculées et celui obtenu par l'heure du lieu et la longitude fait trouver le changement de V, x.

Il importe toujours de chercher à connaître x soit pour en tenir compte, si on le juge nécessaire, soit pour s'en défier; dans tous les cas, il ne faut admettre aucun changement de V sans indication bien évidente.

On donne encore aux marins pour obtenir la longitude la *marche constante*; quant à V, il n'en est pas question; les chronomètres séjournent trop peu au port pour pouvoir déterminer V avec les moyens connus.

La marche constante, idée primitive et fausse, expose à des erreurs énormes, ce qui est facile à prouver.

Le chronomètre qui sert d'exemple est certainement au nombre des meilleurs.

Admettons qu'il soit embarqué après le 25 janvier (tableau 1), ou a: température 2°,3 et marche diurne — $0^s,68$.

L'observatoire donne : marche diurne retard — $0^s,68$.

Il fallait donner : (tableau 4) $M = +1^s,49$ $T = 16°,6$ $\frac{y}{2} = -0^s,01$ et $V = 0^s,0021$.

20 jours après, pour avoir la longitude, on applique à l'équation du chronomètre $-0^s,68.20 = -13^s,6$.

Admettons pour température moyenne pendant ces 20 jours, 15°, d'où $b = 4,16$

(1) $M + \frac{y}{2} . b + V . \frac{n}{2} = m$ marche moyenne.

La marche moyenne $= +1^s,49 - 0^s,01 . 4,16 + 0^s,0021 . 10 = +1^s,47$.

Il fallait ajouter à l'équation du chronomètre $+1^s,47 . 20 = +29^s,4$ au lieu de $-13^s,6$.

Digitized by Google

L'erreur sur la longitude est de $29^s,4 + 13^s,6 = 43^s$ ou 11 *milles environ.*

100 jours après, en admettant toujours la même température moyenne, on trouve :

1° $- 0^s,68 \,.\, 100 = - 1^m8^s$

2° $+ 1^s,49 - 0^s,01 \,.\, 4,16 + 0^s,0021 \,.\, 50 = + 1^s,5534$.

Il fallait ajouter à la longitude $+ 1^s,5534 \,.\, 100 = + 2^m35^s,34$ au lieu de $- 1^m8^s$.

L'erreur sur la longitude est $2^m35^s.34 + 1^m8^s = 3^m43^s,34$ ou 56 *milles environ.*

Par la *marche constante,* on ne peut avoir de bonnes longitudes que dans le cas où la température de la marche à l'*observatoire* ou dans les *lieux de relâche* et celle pendant la navigation sont *égales* ou *complémentaires*, ou diffèrent peu de cette condition, et encore faut-il que V soit assez petit ainsi que n le nombre de jours depuis celui de la première marche ; peut-on compter souvent sur ce concours de conditions ?

Admettons une erreur sur V de $0^s,001$; avec la grande majorité des chronomètres, une semblable erreur n'est pas à craindre.

Après 100 jours, l'erreur sur la longitude $= {}^1/_2\, 0^s,001 \,.\, 100 \,.\, 101 = 5^s,15$ ou 1 *mille environ,* erreur pratiquement nulle ; c'est la seule à craindre avec la marche calculée.

Même avec un bon chronomètre, la marche constante doit conduire souvent à des *erreurs énormes.*

Je ne fais ni vaine théorie, ni exagération ; les faits à la preuve son nombreux et connus.

Avec la loi de la marche et les prescriptions rationnelles qui s'y rattachent, on arrive à la solution du problème de la navigation.

Tout chronomètre, si médiocre qu'il soit, donne la *longitude* aussi sûrement que la hauteur méridienne donne la latitude.

Digitized by Google

INSTALLATION DES CHRONOMÈTRES.

Dans les observatoires, comme à bord des navires, les chronomètres sont mal installés.

Un chronomètre doit être placé *à demeure* dans une petite caisse capitonnée, garnie de frises, de telle sorte que le couvercle enlevé, la boîte du chronomètre puisse s'ouvrir.

Le couvercle est aussi capitonné et garni de frises; étant en place, le chronomètre se trouve parfaitement enveloppé de coussins et de frises.

Coussins et frises préservent des chocs, secousses, commotions et conservent la température dans une certaine limite.

Dans un coin de la caisse, en dedans du capitonnage, un petit thermomètre est placé.

Des pattes à charnières placées à la base de la caisse servent à la fixer avec des vis.

Pour le transport, le couvercle se visse.

Cette installation, je l'ai toujours employée avec succès.

Après mes longs et laborieux travaux sur la question, je crois avoir trouvé toute la vérité; je crois pouvoir dire, le chronomètre sera désormais un véritable chronomètre indiquant sûrement la *longitude*.

Paris, le 1er juin 1879.

Louis PAGEL.

004007635

1226. ABBEVILLE. — TYP. ET STÉR. GUSTAVE RETAUX.

Digitized by Google

CHALLAMEL AINÉ, LIBRAIRE-ÉDITEUR, A PARIS, 5, RUE JACOB

Chargé de la vente des Cartes, Plans et Instructions du Dépôt de la Marine.

COURS DE NAVIGATION

PAR LOUIS PAGEL

Capitaine de frégate en retraite.

1re partie : Texte. *2e partie :* Tables de calculs. 2 vol. grand in-8° .... 22 »»

(Ouvrage honoré d'une souscription du Ministère de la marine.)

BATAILLES NAVALES DE LA FRANCE, par O. TROUDE, ancien officier de marine. Ouvrage publié par P. LEVOT, conservateur de la Bibliothèque du port de Brest, adopté par le Conseil de l'Instruction publique pour les Bibliothèques populaires et scolaires. 4 vol. in-8° .... 24 »»

MANUEL DU SERVICE ADMINISTRATIF A BORD DES BATIMENTS DE L'ÉTAT, par GRIFFON DU BELLAY, commissaire de marine, 3e édition. Ouvrage adopté par décision du Ministre de la marine (du 20 septembre 1867). 1 vol. in-8° .... 6 »»

DÉCRET SUR LA COMPOSITION DES RATIONS ATTRIBUÉES AUX ÉQUIPAGES DE LA FLOTTE, aux troupes de la marine, etc. (du 16 décembre 1874). In-8° 1 25

COURS D'OBSERVATIONS NAUTIQUES, par DUCOM. 1 vol. in-8° .... 12 »»

CADRAN SOLAIRE AZIMUTAL, avec les tables pour son usage à bord et à terre, détermination instantanée de la déviation du compas, par DECANTE, lieutenant de vaisseau. 1 vol. in-8° 3 50

TRAITÉ PRATIQUE POUR LA DÉVIATION DU COMPAS A BORD DES NAVIRES EN FER, par FRICKMANN, lieutenant de vaisseau. 1 vol. in-8° 2 50

ÉTUDE SUR LES OURAGANS DE L'HÉMISPHÈRE AUSTRAL, par BRIDET, capitaine de frégate en retraite. 1 vol. in-8° .... 6 »»

INSTRUCTIONS SOMMAIRES DESTINÉES A ÉCLAIRER LES CAPITAINES sur les obligations qui leur sont imposées, par CHAUMEL. 1 vol. in-8° 2 50

RÈGLEMENTS ET RENSEIGNEMENTS utiles aux capitaines de la Marine marchande. 1 vol. in-18, cartonné .... 2 »»

ANNUAIRE DES MARÉES DES COTES DE FRANCE

PAR M. GAUSSIN, ingénieur en chef du Dépôt de la marine,

ET M. HATT, sous-ingénieur de 1re classe.

(*Publication du Dépôt de la marine*). 1 vol. in-18 .... 1 »»

L'ANNÉE MARITIME

REVUE DES ÉVÉNEMENTS ET RÉPERTOIRE STATISTIQUE ANNUEL

DES FAITS QUI SE SONT ACCOMPLIS DANS LA MARINE FRANÇAISE ET LES MARINES ÉTRANGÈRES.

Un fort vol. in-12 .... 3 fr. 50

ALMANACH DU MARIN & DE LA FRANCE MARITIME

Publié avec l'approbation et sous le patronage du Ministre de la marine et des colonies.

Un vol. in-16 .... 0 fr. 50

ÉPHÉMÉRIDES ASTRONOMIQUES

destinées aux capitaines de navires, par ED. DUBOIS, examinateur de la marine. In-12. 1 50

1126. — ABBEVILLE. — TYP. ET STÉR. GUSTAVE RETAUX.